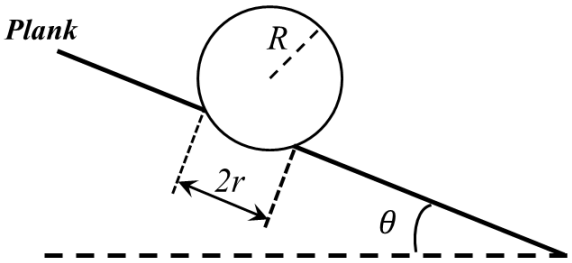
खंड 1 (अधिकतम अंक: 18)

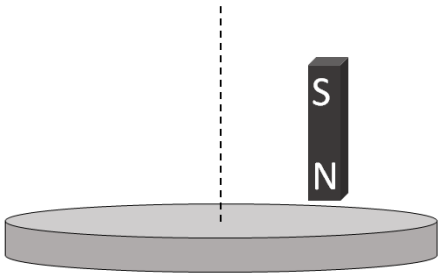
- इस खंड में **छः (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक :+3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |
  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.1 क्षैतिज अवस्था में रखे हुए एक तख्ते (plank) में एक छिद्र है जिसकी त्रिज्या r है | तख्ते के इस छिद्र पर एक R $(R > r)$ त्रिज्या वाले फुटबॉल को रखा गया है | जैसा कि नीचे चित्र में दिखाया गया है, इस तख्ते को अब एक छोर से ऊपर उठाया जाता है जिससे कि यह उन्नत हो कर क्षितिज से θ का कोण बनाता है | θ का अधिकतम मान जब तक कि फुटबॉल तख्ते पर लोटना प्रारंभ नहीं करती है, इस तरह है कि [चित्र प्रतीकात्मक (schematic) हैं तथा माप के अनुसार नहीं है]



(A) $\sin\theta = \frac{r}{R}$ (B) $\tan\theta = \frac{r}{R}$ (C) $\sin\theta = \frac{r}{2R}$ (D) $\cos\theta = \frac{r}{2R}$

Q.2 एलुमिनियम (एक अचुम्बकीय पदार्थ) से बनी एक हल्की चक्रिका (disc) क्षैतिज अवस्था में रखी है एवं यह अपने अक्ष (axis) के परितः घूर्णन करने के लिए स्वतंत्र है, जैसा कि नीचे चित्र में दिखाया गया है | यदि एक प्रबल चुम्बक को चक्रिका से थोड़ा ऊपर, उसके अक्ष से दूर एक बिंदु पर ऊर्ध्वाधर अवस्था में रखते हुए चक्रिका के अक्ष के परितः परिक्रमण (revolve) कराया जाय तब चक्रिका [चित्र प्रतीकात्मक (schematic) हैं तथा माप के अनुसार नहीं है]

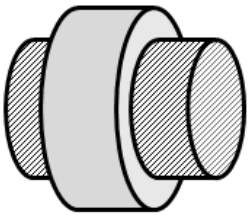


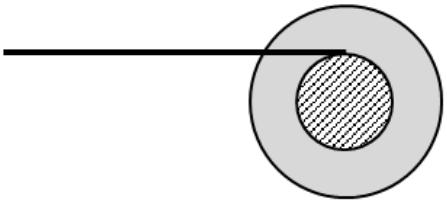
(A) चुम्बक की गति की दिशा के विपरीत दिशा में घूर्णन करेगी |
(B) चुम्बक की गति की दिशा में घूर्णन करेगी |
(C) घूर्णन नहीं करेगी एवं इसका तापमान अपरिवर्तित रहेगा |

collegedunia
India's largest Student Review Platform

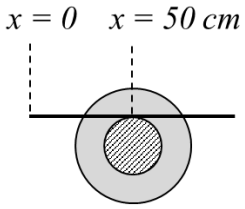
(D) घूर्णन नहीं करेगी परन्तु इसका तापमान धीरे धीरे बढ़ने लगेगा |

Q.3 $20\ cm$ व्यास वाले एक छोटे बेलन $(roller)$ की धुरी $(axle)$ का व्यास $10\ cm$ है (नीचे दिखाए गए बाएं चित्र को देखें) | यह एक क्षैतिज तल पर रखा हुआ है | एक क्षैतिज मीटर स्केल का एक छोर इसकी धुरी के ऊपर रखा हुआ है (नीचे दिखाए गए दाएं चित्र को देखें) | इस स्केल को अब धीरे-धीरे धुरी पर इस प्रकार धकेला जाता है कि स्केल धुरी पर बिना फिसले चलता है, एवं बेलन बिना फिसले लोटन करना आरम्भ करता है | बेलन के $50\ cm$ आगे बढ़ चुकने के पश्चात, स्केल की स्थिति निम्न में से किस तरह दिखाई देगी (चित्र प्रतीकात्मक $(schematic)$ हैं तथा माप के अनुसार नहीं है)

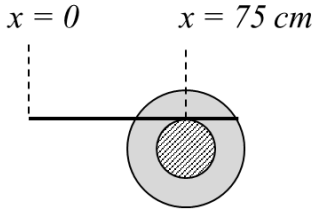




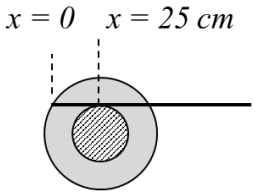
(A)



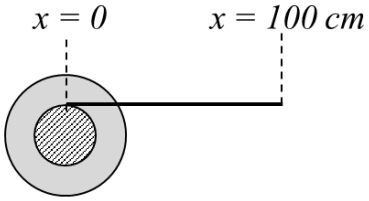
(B)



(C)

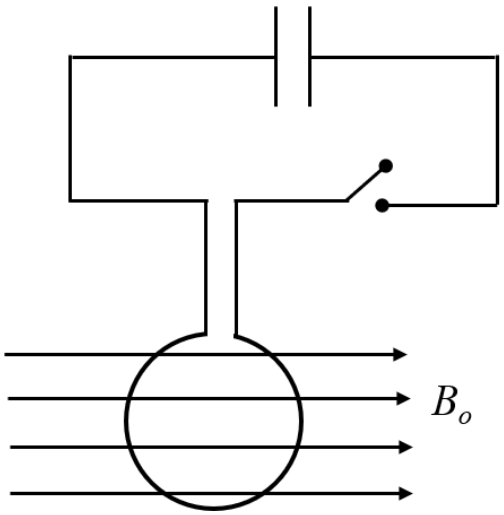


(D)



collegedunia
India's largest Student Review Platform

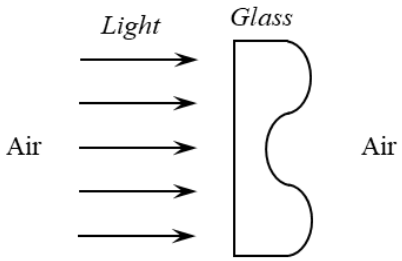
Q.4 एक वृत्ताकार कुण्डली, जिसकी त्रिज्या R एवं फेरों की संख्या N है, का प्रतिरोध (resistance) नगण्य है | जैसा की चित्र में दर्शाया गया है, इसके दो छोर दो तारों से जुड़े हुए हैं, तथा यह उन तारों के द्वारा इस प्रकार लटकी हुई है कि इसका तल ऊर्ध्वाधर (vertical) है | दोनों तार एक संधारित्र (capacitor), जिस पर आवेश Q है, से एक स्विच के द्वारा जुड़े हुए हैं | यह कुण्डली एक एकसमान क्षैतिज चुम्बकीय क्षेत्र, जो कि कुण्डली के तल के समांतर है तथा जिसकी तीव्रता B_o है, में स्थित है | जब स्विच को बंद करते हैं तो संधारित्र कुण्डली के माध्यम से अति अल्प समय में ही अनावेशित हो जाता है | जितने समय में यह संधारित्र पूरी तरह से अनावेशित हो जाता है, उतने समय में कुण्डली द्वारा प्राप्त कोणीय संवेग (angular momentum) का मान निम्न में से कौन सा होगा (यह मानिए कि अनावेश समय इतना लघु है कि कुण्डली इस समय में नाममात्र ही घूम पाती है)



(A) $\frac{\pi}{2}NQB_oR^2$ (B) πNQB_oR^2 (C) $2\pi NQB_oR^2$ (D) $4\pi NQB_oR^2$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.5 प्रकाश का एक समांतर किरण पुंज काँच के एक पारदर्शी टुकड़े, जिसकी अनुप्रस्थ काट नीचे दिए चित्रानुसार है, पर आपतित होता है | तब निर्गत तरंगाग्र (emergent wavefront) की सही आकृति इस प्रकार होगी [चित्र प्रतीकात्मक (schematic) हैं तथा माप के अनुसार नहीं है; Air: हवा; Light: प्रकाश; Glass: काँच]



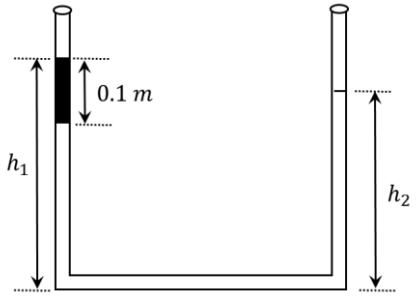
(A)

(B)

(C)

(D)

Q.6 एकसमान अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाली U –नली, जिसके दोनों सिरे खुले हुए हैं, में जल भरा है | जल का घनत्व $10^3\ \text{kg m}^{-3}$ है | आरम्भ में U –नली की दोनों भुजाओं में जल स्तम्भ की ऊंचाई, नली की पेंदी के सापेक्ष $0.29\ \text{m}$ है | U –नली की बाईं भुजा में किरोसिन तेल तब तक डाला जाता है जब तक इसकी ऊंचाई $0.1\ \text{m}$ न हो जाये, जैसा की चित्र में दर्शाया गया है | किरोसिन तेल एक जल में अघुलनशील द्रव है तथा इसका घनत्व $800\ \text{kg m}^{-3}$ है | नली की दोनों भुजाओं में द्रव स्तंभों की ऊंचाई का अनुपात $\left(\frac{h_1}{h_2}\right)$ _____ है |



(A) $\frac{15}{14}$ (B) $\frac{35}{33}$ (C) $\frac{7}{6}$ (D) $\frac{5}{4}$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में छः **(06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर(उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक	:+4	यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों)को चुना गया है ।
आंशिक अंक	: +3	यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है	
आंशिक अंक	: +2	यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं	
आंशिक अंक	: +1	यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है	
शून्य अंक	: 0	यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
ऋण अंक	: -2	अन्य सभी परिस्थितियों में	

Q.7 द्रव्यमान m के एक कण की स्थितिज ऊर्जा (potential energy) $V(r) = Fr$ है तथा यह वृत्ताकार कक्षाओं में घूमता है | यहाँ F एक धनात्मक नियतांक है, तथा कण की मूल-बिंदु से दूरी r है | कण की ऊर्जाओं की गणना बोहर मॉडल (Bohr's Model)के द्वारा की जाती है | यदि कण की कक्षा की त्रिज्या R, तथा इसकी गति एवं ऊर्जा क्रमशः, v एवं E हैं, तब nवीं कक्षा के लिए (यहाँ h प्लांक नियतांक है)

(A) $R \propto n^{1/3}$ तथा $v \propto n^{2/3}$

(B) $R \propto n^{2/3}$ तथा $v \propto n^{1/3}$

(C) $E = \frac{3}{2}\left(\frac{n^2h^2F^2}{4\pi^2m}\right)^{1/3}$

(D) $E = 2\left(\frac{n^2h^2F^2}{4\pi^2m}\right)^{1/3}$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.8 एक प्रकाशीय बल्ब के तंतु (filament) का पृष्ठीय क्षेत्रफल $64\ \text{mm}^2$ है | इस तंतु को $2500\ \text{K}$ तापमान वाली एक कृष्णिका (black body) के तरह मान सकते हैं जो कि दूर से देखने पर एक बिंदु स्रोत की भांति विकिरण उत्सर्जित करता है | इस प्रकाशीय बल्ब को रात्रि में $100\ \text{m}$ की दूरी से देखा जाता है | मान लीजिये कि प्रेक्षक की आँखों की पुतली वृत्ताकार है एवं इसकी त्रिज्या $3\ \text{mm}$ है | तब
(स्टीफन-बोल्ट्ज्मान नियतांक $= 5.67 \times 10^{-8}\ \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$, वीन का विस्थापन नियतांक $= 2.90 \times 10^{-3}\ \text{m} - \text{K}$, प्लांक नियतांक $= 6.63 \times 10^{-34}\ \text{Js}$, निर्वात में प्रकाश की गति $\text{c} = 3.00 \times 10^{8}\ \text{ms}^{-1}$ लीजिए)

(A) तंतु द्वारा विकिरित शक्ति का मान $642\ W$ से $645\ W$ के अंतराल में है |

(B) प्रेक्षक की एक आँख में प्रवेश करने वाली विकिरित शक्ति का मान $3.15 \times 10^{-8}\ W$ से $3.25 \times 10^{-8}\ W$ के अंतराल में है |

(C) तरंग दैर्ध्य, जिसके लिए प्रकाश की तीव्रता सर्वाधिक होगी, $1160\ nm$ है |

(D) उत्सर्जित विकिरण की औसत तरंग दैर्ध्य का मान $1740\ nm$ लेने पर, प्रेक्षक की एक आँख में प्रति सेकेण्ड प्रवेश करने वाले फोटानों की कुल संख्या 2.75×10^{11} से 2.85×10^{11} के अंतराल में है |

Q.9 कभी कभी मात्रकों की एक ऐसी प्रणाली को बनाना सुविधाजनक होता है, जिसमें सभी राशियों को केवल एक भौतिक राशि के रूप में व्यक्त किया जा सके | ऐसी ही एक प्रणाली में अलग अलग राशियों की विमाओं को एक राशि X के रूप में इस प्रकार से व्यक्त करते हैं कि: [स्थिति] = $[X^{\alpha}]$; [चाल] = $[X^{\beta}]$; [त्वरण] = $[X^{p}]$; [रेखीय संवेग] = $[X^{q}]$; [बल] = $[X^{r}]$ | तब

(A) $\alpha + p = 2\beta$

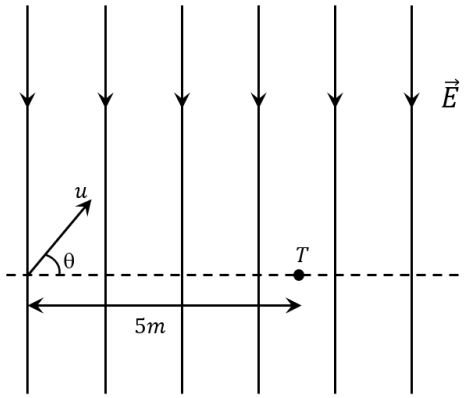
(B) $p + q - r = \beta$

(C) $p - q + r = \alpha$

(D) $p + q + r = \beta$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.10 किसी क्षेत्र में एकसमान विद्युत क्षेत्र, $\vec{E} = -400\sqrt{3}\,\hat{y}\ \text{NC}^{-1}$ लगाया गया है | द्रव्यमान m के एक धनावेशित कण को, जिस पर आवेश q है, इस क्षेत्र में $2\sqrt{10} \times 10^6\ \text{ms}^{-1}$ की आरंभिक गति से प्रक्षेपित किया जाता है | इस कण को प्रक्षेपित करने का उद्देश्य, क्षेत्र में प्रवेश बिंदु से $5\ \text{m}$ की क्षैतिज दूरी पर रखे लक्ष्य T को भेदना है, जैसा कि चित्र में प्रतीकात्मक (schematic) रूप से दर्शाया गया है | यदि $\frac{q}{m} = 10^{10}\ \text{C kg}^{-1}$, तो



(A) यह कण यदि क्षैतिज से 45° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाएगा तो लक्ष्य का भेदन कर पायेगा |

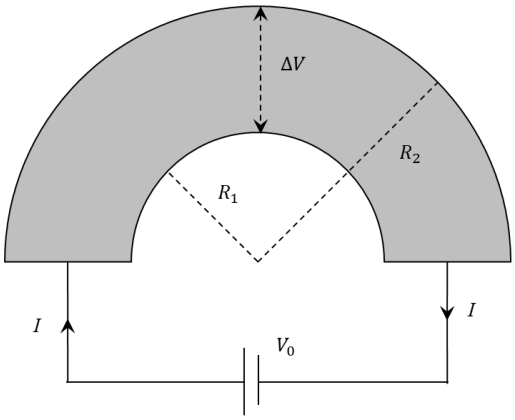
(B) यह कण यदि क्षैतिज से 30° अथवा 60° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाएगा तो लक्ष्य का भेदन कर पायेगा |

(C) लक्ष्य को भेदने में इस कण द्वारा लिये गये संभावित समय $\sqrt{\frac{5}{6}}\ \mu\text{s}$ एवं $\sqrt{\frac{5}{2}}\ \mu\text{s}$ हो सकते हैं |

(D) लक्ष्य को भेदने में इस कण को $\sqrt{\frac{5}{3}}\ \mu\text{s}$ का समय लगेगा |

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.11 चित्र में दर्शायी गयी एक अर्धवृत्ताकार धात्विक पट्टी की मोटाई t, प्रतिरोधकता (resistivity) ρ, आतंरिक त्रिज्या R_1 एवं बाह्य त्रिज्या R_2 है | इस पट्टी के दोनों सिरों के मध्य विभवान्तर V_0 होने पर इसमें प्रवाहित विद्युत् धारा I है | इसके अतिरिक्त, यह देखा जाता है कि पट्टी के आतंरिक एवं बाह्य पृष्ठ के मध्य एक अनुप्रस्थ (transverse) विभवान्तर ΔV है, जो विशुद्ध रूप से गतिमान इलेक्ट्रानों के गतिज प्रभावों (kinetic effects) के कारण उत्पन्न होता है (विद्युत् धारा से उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की भूमिका नगण्य मानें) | तद्नुसार [चित्र प्रतीकात्मक (schematic) हैं तथा माप के अनुसार नहीं है]



(A) $I = \frac{V_o t}{\pi \rho} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

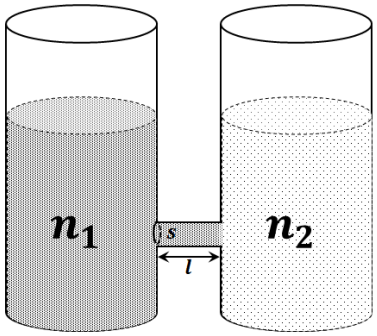
(B) बाह्य पृष्ठ का विभव आतंरिक पृष्ठ की तुलना में अधिक है |

(C) बाह्य पृष्ठ का विभव आतंरिक पृष्ठ की तुलना में कम है |

(D) $\Delta V \propto I^2$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.12 प्रतीकात्मक चित्रानुसार, दो पात्रों में पोटेशियम परमैंगनेट $(KMnO_4)$ के जलीय विलियन तापमान T पर रखे हुये हैं | पात्रों में इन घोलों की सांद्रताएँ क्रमशः n_1 तथा n_2 $(n_1 > n_2)$ अणु प्रति एकक आयतन हैं, जहां $\Delta n = (n_1 - n_2) \ll n_1$ है | दोनों पात्रों को एक छोटी नलिका के द्वारा जोड़े जाने पर $KMnO_4$ बाएं पात्र से दाएं पात्र में इस नलिका के द्वारा विसरण (diffusion) करना आरम्भ करता है | छोटी नलिका की लम्बाई l तथा अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल S है | परिकल्पना करिए कि अणुओं का यह समूह तनु आदर्श गैस के अनुरूप आचरण करता है, तथा अणुओं का विसरण दोनों पत्रों में उनके आंशिक दाब के अंतर के कारण होता है | इन अणुओं की चाल v प्रत्येक अणु पर लगे श्यानता बल (viscous force) $-\beta v$ के द्वारा सीमित होती है, जहां β एक नियतांक है | $(\Delta n)^2$ वाले सभी पदों को नगण्य मानते हुए, निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है (हैं)? (k_B बोल्ज्मान नियतांक है)



(A) नलिका में अणुओं को धकेलने हेतु बल $\Delta n k_B T S$ है |

(B) बल संतुलन इंगित करता है कि $n_1 \beta v l = \Delta n k_B T$

(C) नलिका में से प्रति सेकेण्ड जाने वाले अणुओं की कुल संख्या $\left(\frac{\Delta n}{l}\right)\left(\frac{k_B T}{\beta}\right) S$ है |

(D) नलिका द्वारा स्थानांतरित होने वाले अणुओं की दर समय के साथ परिवर्तित नहीं होती है |

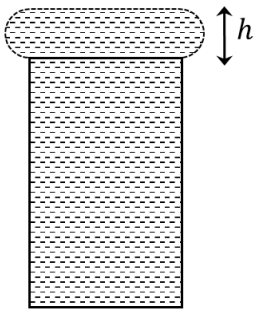
collegedunia
India's largest Student Review Platform

खंड 3 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **छः (06)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (Numerical value)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें | यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को/का दशमलव के **दो** स्थानों तक **समेंटे/शून्यांत करें (truncate/round-off)** |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ़ सही संख्यात्मक मान (Numerical value) ही दर्ज़ किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

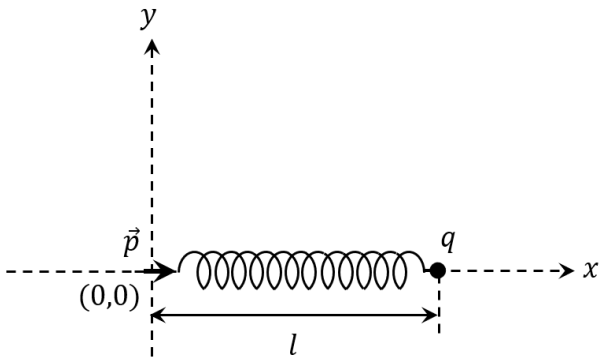
Q.13 आप अपने हाथों की पूर्णतः खुली हुई तर्जनी उंगलियों पर एक मीटर लम्बे एकसमान पैमाने (scale) को क्षैतिज अवस्था में इस प्रकार रखें कि बाईं उंगली $0.00\ \text{cm}$ पर तथा दायीं उंगली $90.00\ \text{cm}$ पर हो | जब आप ऊंगलियों को पैमाने के केंन्द्र की ओर धीरे-धीरे चलाकर लाने का प्रयत्न करते हैं, तब आरम्भ में केवल बाईं ऊंगली ही पैमाने के सापेक्ष फिसलती है तथा दायीं ऊंगली नहीं चलती है | कुछ दूरी चलने के बाद बाईं ऊंगली रुक जाती है तथा अब दायीं ऊंगली फिसलना आरम्भ करती है | पैमाने के केंद्र $(50.00\ \text{cm})$ से x_R दूरी पर आ कर दायीं ऊंगली रुक जाती है तथा बाईं ऊंगली पुनः फिसलना आरम्भ करती है | ऐसा दोनों ऊंगलियों पर लगने वाले घर्षण बलों के अंतर के कारण होता है | यदि उँगलियों तथा पैमाने के बीच के स्थैतिक घर्षण गुणांक का मान 0.40 तथा गतिज घर्षण गुणांक का मान 0.32 हो तो, cm में x_R का मान _____ होगा |

Q.14 यदि एक गिलास में सावधानी पूर्वक जल भरा जाय तो जल के पृष्ठ तनाव के कारण इसे गिलास के किनारों से ऊपर h ऊँचाई तक भरा जा सकता है | इस ऊँचाई की गणना करने के लिए हम परिकल्पना करते हैं कि गिलास से जल के अधिप्रवाह (flow) से पूर्व, गिलास के किनारों से ऊपर का जल, प्रतीकात्मक चित्रानुसार, h मोटाई की एक चक्रिका (disk) के आकार में है, जिसके किनारे अर्ध वृत्ताकार हैं | जब जल का दबाव इस चक्रिका के निचले भाग पर इतना हो जाता है कि पृष्ठ तनाव के कारण उत्पन्न बल इससे कम हो जाय तो गिलास के किनारों के निकट जल का पृष्ठ टूट जाता है तथा यहाँ से जल बहने लगता है | यदि जल का घनत्व, जल का पृष्ठ-तनाव तथा गुरुत्वीय त्वरण का मान क्रमशः $10^3\ \text{kg m}^{-3}$, $0.07\ \text{Nm}^{-1}$ तथा $10\ \text{ms}^{-2}$ हो, तो का h मान mm में _____ होगा |



collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.15 उपेक्षणीय अतानित (unstretched) लम्बाई की एक कमानी (spring), जिसका कमानी-नियतांक k है, का एक सिरा मूल-बिंदु (0,0) से सम्बद्ध (fixed) है | एक बिंदु-कण, जिसका द्रव्यमान m तथा धनात्मक वैद्युत आवेश q है, कमानी के दूसरे सिरे से सम्बद्ध है | यह निकाय एक चिकने क्षैतिज तल पर रखा गया है | यदि आवेश q की ओर निर्दिष्ट, एक बिंदु-द्विध्रुव (point dipole) $\vec{p}$ को मूल-बिंदु पर सम्बद्ध किया जाय, तो खिंचाव के कारण निकाय की नई साम्यावस्था में कमानी की लम्बाई l हो जाती है (नीचे चित्र देखें) | अब यदि बिंदु-कण को साम्यावस्था से Δl ($\Delta l \ll l$) विस्थापित करके मुक्त किया जाय तब यह $\frac{1}{\delta}\sqrt{\frac{k}{m}}$ की आवृत्ति से दोलन करता है | δ का मान _____ है |



Q.16 एक पात्र में परिबद्ध एक मोल हीलियम गैस का आरंभिक दाब P_1 एवं आयतन V_1 है | यह समतापीय (isothermal) प्रसरण करती है, जिससे की इसका आयतन $4V_1$ हो जाता है | इसके पश्चात, गैस का रुद्धोष्म (adiabatic) प्रसरण होता है तथा इसका आयतन $32V_1$ हो जाता है | समतापीय एवं रुद्धोष्म प्रसरण के समय गैस द्वारा किये गए कार्य क्रमशः W_{iso} तथा W_{adia} हैं | यदि अनुपात $\frac{W_{iso}}{W_{adia}} = f \ln 2$ है, तो f का मान _____ है |

Q.17 एक स्थिर स्वरित्र द्विभुज (tunning fork), एक नलिका (pipe) के वायु कॉलम के साथ अनुनाद (resonance) की अवस्था में है | अब यह स्वरित्र द्विभुज, नलिका के खुले छोर के सामने एवं इसकी समांतर दिशा में $2\ \mathrm{ms}^{-1}$ गति से चलाया जाता है | इस स्थिति में गतिमान स्वरित्र द्विभुज के साथ अनुनादी होने के लिए नलिका की लम्बाई में परिवर्तन करना पड़ेगा | यदि वायु में ध्वनि की चाल $320\ \mathrm{m\ s}^{-1}$ है, तब नलिका की लम्बाई में होने वाला प्रतिशत परिवर्तन का न्यूनतम मान _____ है |

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.18 एक वृत्ताकार चक्रिका (disc), जिसकी त्रिज्या R है, पर पृष्ठीय आवेश घनत्व $\sigma(r) = \sigma_o\left(1 - \frac{r}{R}\right)$ है, जहां σ_o एक स्थिरांक है एवं r चक्रिका के केंद्र से दूरी है | एक बड़े गोलीय पृष्ठ, जो इस आवेशित चक्रिका को पूरी तरह से परिबद्ध (enclose) करता है, से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स ϕ_o है | एक अन्य गोलीय पृष्ठ, जो चक्रिका के साथ संकेंद्रित है एवं जिसकी त्रिज्या $\frac{R}{4}$ है, से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स ϕ है | तब अनुपात $\frac{\phi_o}{\phi}$ का मान _____ है |

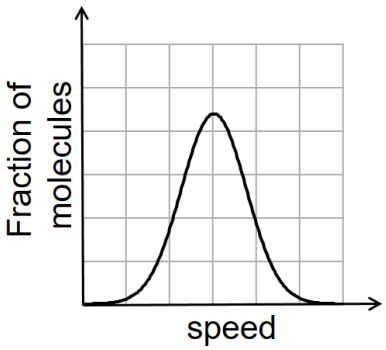
END OF THE QUESTION PAPER

collegedunia
India's largest Student Review Platform

खंड 1 (अधिकतम अंक: 18)

- इस खंड में **छः (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक :+3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |
  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.1 यदि किसी गैस के अणुओं की गतियों का वितरण नीचे दिये चित्र के अनुसार हो, तो अणुओं के अति-संभाव्य (प्रायिकतम, most probable,), औसत (average), तथा वर्ग माध्य मूल (root mean square) गतियों का अनुपात, क्रमशः है (चित्र में Fraction of molecules: अणुओं का अंश, तथा speed: गति),



(A) 1 : 1 : 1
(B) 1 : 1 : 1.224
(C) 1 : 1.128 : 1.224
(D) 1 : 1.128 : 1

Q.2 निम्नलिखित में से कौन, जल-अपघटन (hydrolysis) पर O_2 मुक्त करता है?

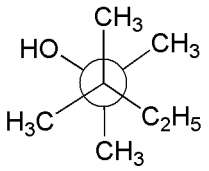
(A) Pb_3O_4 (B) KO_2 (C) Na_2O_2 (D) Li_2O_2

Q.3 एक रंगहीन जलीय विलयन में दो धातुओं **X** तथा **Y** के नाइट्रेट्स (nitrates) हैं | इसको जब NaCl के जलीय विलयन में मिलाते हैं तो एक सफेद अवक्षेप प्राप्त होता है | यह अवक्षेप गर्म पानी में आंशिक रूप से घुल कर एक अवशिस्ट (residue) **P** एवं एक विलयन **Q** देता है | अवशिस्ट **P**, जलीय अमोनिया (aq. NH_3) में और सोडियम थायोसल्फेट (sodium thiosulphate) के आधिक्य में घुल जाता है | **Q** का गर्म विलयन KI के साथ एक पीला अवक्षेप देता है | धातु **X** तथा **Y**, क्रमशः, हैं,

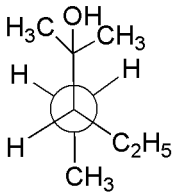
(A) Ag एवं Pb
(B) Ag एवं Cd
(C) Cd एवं Pb
(D) Cd एवं Zn

collegedunia
India's largest Student Review Platform

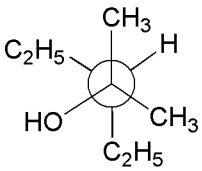
Q.4 न्यूमैन प्रक्षेप (Newman projections) **P**, **Q**, **R** तथा **S** नीचे दिखाए गए हैं |



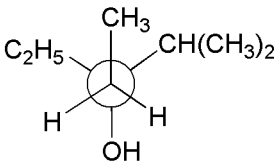
P



Q



R



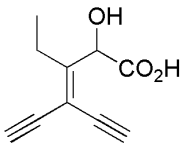
S

निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प समरूप (identical) अणुओं को निरूपित करता है ?

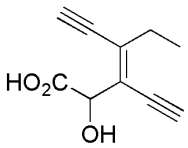
(A) **P** एवं **Q**
(B) **Q** एवं **S**
(C) **Q** एवं **R**
(D) **R** एवं **S**

Q.5 निम्नलिखित संरचनाओं में किस का आई.यू.पी.ए.सी. (IUPAC) नाम 3-एथैनाइल-2-हाइड्रोक्सी-4-मिथाइलहेक्स-3-ईन-5-आइनोइक एसिड (3-ethynyl-2-hydroxy-4-methylhex-3-en-5-ynoic acid) है ?

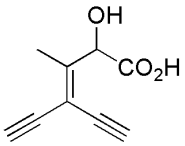
(A)



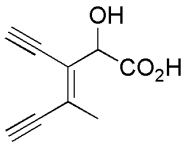
(B)



(C)

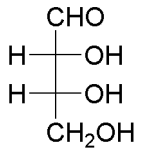


(D)



collegedunia
India's largest Student Review Platform

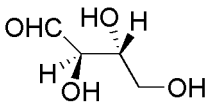
Q.6 D-एरिथ्रोज़ (D-Erythrose) का फिशर प्रक्षेप (Fischer projection) नीचे दिखाया गया है |

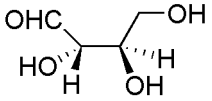


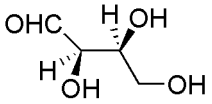
D-Erythrose

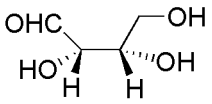
D-एरिथ्रोज़ तथा इसके समावयवियों (isomers) **P**, **Q**, **R**, तथा **S** की सूची **स्तम्भ-I (Column-I)** में दी गई है | **P**, **Q**, **R**, तथा **S** का **स्तम्भ–II (Column-II)** में D-एरिथ्रोज़ के साथ सही सम्बन्ध चुनें | (Diastereomer – अप्रतिबिंबी त्रिविम समावयव, Identical – समरूप, Enantiomer – प्रतिबिंबरूप)

Column-I

P. 

Q. 

R. 

S. 

Column-II

1. Diastereomer
2. Identical
3. Enantiomer

(A) **P**→2, **Q**→3, **R**→2, **S**→2
(B) **P**→3, **Q**→1, **R**→1, **S**→2
(C) **P**→2, **Q**→1, **R**→1, **S**→3
(D) **P**→2, **Q**→3, **R**→3, **S**→1

collegedunia
India's largest Student Review Platform

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में छः **(06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर(उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक	:+4	यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों)को चुना गया है ।
आंशिक अंक	: +3	यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है	
आंशिक अंक	: +2	यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं	
आंशिक अंक	: +1	यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है	
शून्य अंक	: 0	यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
ऋण अंक	: -2	अन्य सभी परिस्थितियों में	

Q.7 उष्मागतिकी में, $P-V$ कार्य को निम्नलिखित समीकरण से बताया जाता है,

$$w = -\int dV\, P_{\text{ext}}\,.$$

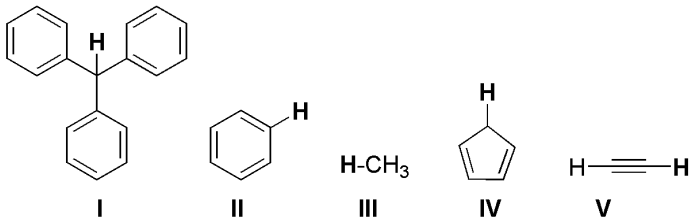
जब एक निकाय एक विशिष्ट प्रक्रम से गुजरता है, तब किया गया कार्य निम्नलिखित समीकरण से प्रदर्शित किया जाता है,

$$w = -\int dV \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right).$$

यह समीकरण लागू होता है, जब

(A) निकाय वांडरवाल (van der Waals) अवस्था समीकरण का पालन करता है |
(B) प्रक्रम उत्क्रमणीय एवं समतापीय है |
(C) प्रक्रम उत्क्रमणीय एवं रुद्धोष्म है |
(D) प्रक्रम अनुत्क्रमणीय एवं स्थिर दाब पर है |

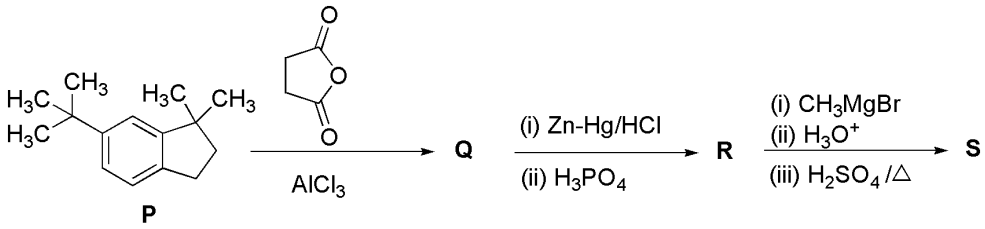
Q.8 निम्नलिखित यौगिकों **I-V** के सन्दर्भ में सही कथन (कथनों) का चयन करें |



(A) संयुग्मी क्षार (conjugate base) में विस्थानीकरण (delocalization) के कारण यौगिक **I** अम्लीय है |
(B) यौगिक **IV** का संयुग्मी क्षार ऐरोमैटिक (aromatic) है |
(C) यौगिक **II** की अम्लीयता बढ़ जाती है, जब इसमें एक $-NO_2$ प्रतिस्थापी है |
(D) यौगिकों की अम्लीयता का क्रम है; **I** > **IV** > **V** > **II** > **III**

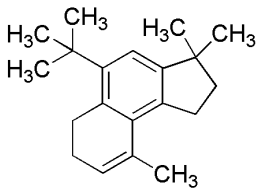
collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.9 निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम में यौगिक **Q**, **R** तथा **S** प्रमुख उत्पाद हैं |

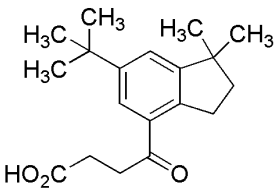


सही विकल्प (विकल्पों) का चयन करें |

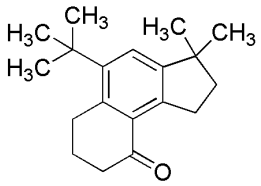
(A) **S** है



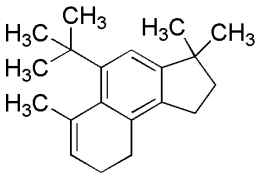
(B) **Q** है



(C) **R** है



(D) **S** है



Q.10 निम्नलिखित में से सही कथन (कथनों) का चयन करें |

(A) $[FeCl_4]^-$ की ज्यामिति चतुष्फलकीय (tetrahedral) है |

(B) $[Co(en)(NH_3)_2Cl_2]^+$ के 2 ज्यामितीय समावयव (geometrical isomers) हैं |

(C) $[FeCl_4]^-$ का प्रचक्रण-मात्र चुम्बकीय आघूर्ण (spin-only magnetic moment) $[Co(en)(NH_3)_2Cl_2]^+$ से अधिक है |

(D) $[Co(en)(NH_3)_2Cl_2]^+$ में कोबाल्ट आयन (cobalt ion) का संकरण (hybridization) sp^3d^2 है |

Q.11 हाइपोक्लोराइट, क्लोरेट, तथा परक्लोरेट आयनों (hypochlorite, chlorate and perchlorate ions) के सन्दर्भ में सही कथन है (हैं),

(A) हाइपोक्लोराइट (hypochlorite) आयन सबसे प्रबल संयुग्मी क्षार (conjugate base) है |

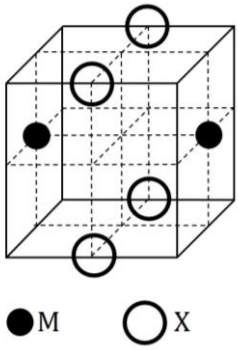
(B) केवल क्लोरेट (chlorate) आयन का आण्विक आकार क्लोरीन (Cl) के एकाकी युग्म इलेक्ट्रॉनों द्वारा प्रभावित होता है |

(C) हाइपोक्लोराइट (hypochlorite) और क्लोरेट (chlorate) आयन असमानुपातन (disproportionation) के बाद आयनों का सर्वसम समुच्चय (identical set) देते हैं |

(D) हाइपोक्लोराइट (hypochlorite) आयन, सल्फाइट (sulfite) आयन का ऑक्सीकरण करता है |

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.12 धनायन M और ऋणायन X से निर्मित एक यौगिक की घनीय एकक कोष्ठिका (cubic unit cell) की संरचना नीचे दिखाई गयी है | इस यौगिक में धनायन की आयनिक त्रिज्या ऋणायन की आयनिक त्रिज्या से छोटी है | सही कथन (कथनों) का चयन करें |



(A) यौगिक का मूलानुपाति सूत्र (empirical formula) MX है |

(B) धनायन M और ऋणायन X की उपसहसंयोजन ज्यामितियाँ (coordination geometries) भिन्न हैं |

(C) M-X की आबंध लम्बाई और घनीय एकक कोष्ठिका के कोर की लम्बाई का अनुपात 0.866 है |

(D) धनायन M और ऋणायन X की आयनिक त्रिज्याओं का अनुपात 0.414 है |

खंड 3 (अधिकतम अंक: 24)

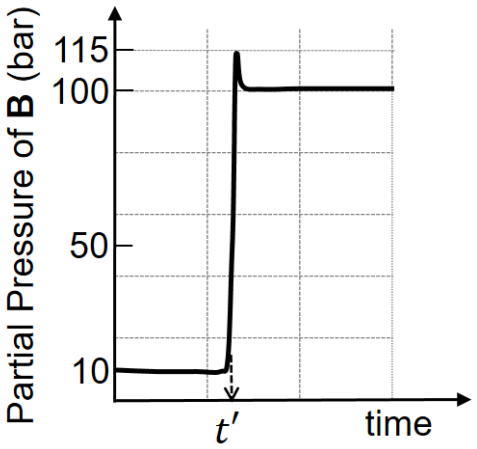
- इस खंड में **छः (06)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (Numerical value)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें | यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को/का दशमलव के **दो** स्थानों तक **समेटे/शून्यांत करें (truncate/round-off)** |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ़ सही संख्यात्मक मान (Numerical value) ही दर्ज़ किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.13 एक शंक्वाकार फ्लास्क में 0.10 M ऑक्सेलिक अम्ल (oxalic acid) के 5.00 mL विलयन का फीनॉलफ्थेलीन (phenolphthalein) सूचक का उपयोग करके ब्यूरेट द्वारा NaOH से अनुमापन किया गया | ऐसे पाँच परीक्षणों में स्थायी हल्का गुलाबी रंग प्राप्त होने तक NaOH के आवश्यक आयतन की मात्रा को सारणी में दिया गया है | NaOH के विलयन की सांद्रता, मोलरता में, क्या है ? (सारणी में Exp. No.: परीक्षण संख्या, तथा Vol. of NaOH: NaOH का आयतन है)

Exp. No.	Vol. of NaOH (mL)
1	12.5
2	10.5
3	9.0
4	9.0
5	9.0

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.14 ताप 1000 K पर अभिक्रिया **A** ⇌ **B** पर ध्यान दें | एक समय t' पर निकाय का ताप बढ़ाकर 2000 K किया गया और निकाय को साम्यावस्था में पहुँचने दिया गया | इस प्रयोग के दौरान **A** के आंशिक दाब (partial pressure) को 1 bar पर स्थिर रखा गया | **B** के आंशिक दाब का समय के साथ आरेख नीचे दिखाया गया है | ताप 1000 K तथा 2000 K पर मानक गिब्ज़ ऊर्जाओं (standard Gibbs energy) का अनुपात क्या है ? (आरेख में Partial Pressure of **B**: **B** का आंशिक दाब, तथा time: समय है)



Q.15 मानक परिस्थितियों (1 bar तथा 298 K) पर, हाइड्रोजन और ऑक्सीजन के संयोग से बने एक ईंधन सेल (fuel cell), जिसकी दक्षता 70% है, पर ध्यान दें | इसकी सेल अभिक्रिया है,

$$\mathrm{H_2}(g) + \frac{1}{2}\mathrm{O_2}\,(g) \rightarrow \mathrm{H_2O}\,(l).$$

$\mathrm{H_2}(g)$ के 1.0×10^{-3} mol के उपभोग से इस सेल से उत्पन्न कार्य को एकपरमाण्विक (monoatomic) आदर्श गैस के 1.00 मोल को एक उष्मारोधी पात्र में संपीडित करने के लिए उपयोग किया गया | इस परिस्थिति में आदर्श गैस के तापमान (K में) में कितना परिवर्तन होगा ?

इस सेल के अर्ध-सेलों के मानक अपचयन विभवों (standard reduction potentials) के मान निम्नलिखित हैं,

$$\mathrm{O_2}(g) + 4\mathrm{H^+}(aq) + 4e^- \rightarrow 2\,\mathrm{H_2O}\,(l), \quad E^0 = 1.23\ \mathrm{V},$$

$$2\mathrm{H^+}(aq) + 2e^- \rightarrow \mathrm{H_2}\,(g), \quad E^0 = 0.00\ \mathrm{V}.$$

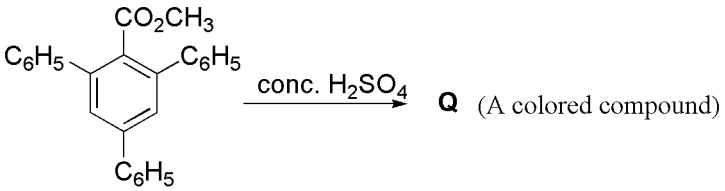
उपयोग करें: $F = 96500\ \mathrm{C\ mol^{-1}}, R = 8.314\ \mathrm{J\ mol^{-1}K^{-1}}$.

Q.16 ऐलुमिनियम, सल्फ्यूरिक अम्ल के साथ अभिक्रिया करके ऐलुमिनियम सल्फेट तथा हाइड्रोजन बनाता है | ताप 300 K तथा दाब 1.0 atm पर 5.4 g ऐलुमिनियम को 50.0 mL 5.0 M सल्फ्यूरिक अम्ल के साथ अभिक्रिया करवाने पर उत्पन्न हुई हाइड्रोजन गैस का आयतन लीटर (L) में क्या होगा ?
(उपयोग करें: ऐलुमिनियम का मोलर द्रव्यमान = 27.0 g $\mathrm{mol^{-1}}$, $R = 0.082\ \mathrm{atm\ L\ mol^{-1}\ K^{-1}}$)

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.17 $^{238}_{92}U$ रेडियोएक्टिव क्षय के बाद उत्पाद के रूप में $^{206}_{82}Pb$ देता है | इस प्रक्रम के दौरान अल्फा (alpha) और बीटा (beta) कणों का उत्सर्जन होता है | एक चट्टान जिसमें प्रारंभ में $^{238}_{92}U$ की मात्रा 68×10^{-6} g थी, तीन अर्धायुओं (half-lives) के क्षय के बाद $Z \times 10^{18}$ अल्फा कणों को उत्सर्जित कर $^{206}_{82}Pb$ देता है | Z का मान क्या है ?

Q.18 निम्नलिखित अभिक्रिया में यौगिक **P** से यौगिक **Q** का उत्पादन एक आयनिक मध्यवर्ती (intermediate) द्वारा होता है | (अभिक्रिया में conc.: सान्द्र, तथा A colourful compound: एक रंगीन योगिक है)



P

Q की असंतृप्तता की कोटि (degree of unsaturation) क्या है ?

END OF THE QUESTION PAPER

collegedunia
India's largest Student Review Platform

खंड 1 (अधिकतम अंक: 18)

- इस खंड में **छः (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक :+3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |
  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.1 मान लीजिये कि a, b द्विघातीय बहुपद (quadratic polynomial) $x^2 + 20x - 2020$ के भिन्न वास्तविक मूलों (distinct real roots) को दर्शाते हैं, एवं मान लीजिये कि c, d द्विघातीय बहुपद $x^2 - 20x + 2020$ के भिन्न सम्मिश्र मूलों (distinct complex roots) को दर्शाते हैं | तब

$$ac(a-c) + ad(a-d) + bc(b-c) + bd(b-d)$$

का मान है

(A) 0 (B) 8000 (C) 8080 (D) 16000

Q.2 यदि फलन (function) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ को $f(x) = |x|(x - \sin x)$ से परिभाषित किया जाता है, तब निम्न में से कौन सा कथन **सही** है?

(A) f एकैकी (one-one) है, लेकिन आच्छादक (onto) **नहीं** है

(B) f आच्छादक है, लेकिन एकैकी **नहीं** है

(C) f एकैकी एवं आच्छादक **दोनों** है

(D) f एकैकी भी **नहीं** है एवं आच्छादक भी **नहीं** है

Q.3 माना कि फलनों (functions) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ एवं $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ को

$$f(x) = e^{x-1} - e^{-|x-1|} \quad \text{एवं} \quad g(x) = \frac{1}{2}(e^{x-1} + e^{1-x})$$

के द्वारा परिभाषित किया जाता है | तब प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में वक्रों (curves) $y = f(x)$, $y = g(x)$ एवं $x = 0$ के द्वारा प्रतिबद्ध क्षेत्र (bounded region) का क्षेत्रफल (area) है

(A) $\left(2 - \sqrt{3}\right) + \frac{1}{2}(e - e^{-1})$ (B) $\left(2 + \sqrt{3}\right) + \frac{1}{2}(e - e^{-1})$

(C) $\left(2 - \sqrt{3}\right) + \frac{1}{2}(e + e^{-1})$ (D) $\left(2 + \sqrt{3}\right) + \frac{1}{2}(e + e^{-1})$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.4 माना कि a, b एवं λ धनात्मक वास्तविक संख्याएँ (positive real numbers) हैं | मान लीजिये कि परवलय (parabola) $y^2 = 4\lambda x$ के नाभिलंब जीवा (latus rectum) का एक अंत्य बिन्दु (end point) P है, एवं मान लीजिये कि दीर्घवृत्त (ellipse) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ बिन्दु P से गुजरता है | यदि बिंदु P पर परवलय एवं दीर्घवृत्त की स्पर्शरेखाएँ (tangents) एक दूसरे के लम्बवत (perpendicular) हैं, तब दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता (eccentricity) है

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{5}$

Q.5 माना कि दो अभिनत सिक्को (biased coins) C_1 एवं C_2 को एक बार उछालने (single toss) पर चित (head) आने कि प्रायिकतायें (probabilities) क्रमशः $\frac{2}{3}$ एवं $\frac{1}{3}$ हैं | मान लीजिये कि C_1 को स्वतंत्र रूप (independently) से दो बार उछालने पर चित आने की संख्या α है, एवं मान लीजिये कि C_2 को स्वतंत्र रूप से दो बार उछालने पर चित आने की संख्या β है | तब द्विघातीय बहुपद (quadratic polynomial) $x^2 - \alpha x + \beta$ के मूलों (roots) के वास्तविक (real) और बराबर (equal) होने की प्रायिकता (probability) है

(A) $\frac{40}{81}$ (B) $\frac{20}{81}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

Q.6 उन सभी आयतों (rectangles) पर विचार कीजिये जो कि क्षेत्र (region)

$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ एवं } 0 \leq y \leq 2\sin(2x)\right\}$$

में स्थित हैं एवं जिनकी एक भुजा x-अक्ष (x-axis) पर है | इन सभी आयतों में से अधिकतम परिमाप (maximum perimeter) वाले आयत का क्षेत्रफल (area) है

(A) $\frac{3\pi}{2}$ (B) π (C) $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ (D) $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में छः **(06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर(उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक	:+4	यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों)को चुना गया है ।
आंशिक अंक	: +3	यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है	
आंशिक अंक	: +2	यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं	
आंशिक अंक	: +1	यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है	
शून्य अंक	: 0	यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
ऋण अंक	: -2	अन्य सभी परिस्थितियों में	

Q.7 माना कि फलन (function) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ को $f(x)=x^3-x^2+(x-1)\sin x$ द्वारा परिभाषित किया जाता है, एवं माना कि $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ एक स्वेच्छ फलन (arbitrary function) है | माना कि $fg:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ गुणन फलन (product function) है जो कि $(fg)(x)=f(x)g(x)$ के द्वारा परिभाषित है | तब निम्न में से कौन सा (से) कथन **सही** है (हैं)?

(A) यदि $x=1$ पर g संतत (continuous) है, तब $x=1$ पर fg अवकलनीय (differentiable) है

(B) यदि $x=1$ पर fg अवकलनीय है, तब $x=1$ पर g संतत है

(C) यदि $x=1$ पर g अवकलनीय है, तब $x=1$ पर fg अवकलनीय है

(D) यदि $x=1$ पर fg अवकलनीय है, तब $x=1$ पर g अवकलनीय है

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.8 माना कि M वास्तविक संख्याओं (real numbers) का एक 3×3 व्युत्क्रमणीय आव्यूह (invertible matrix) है एवं माना कि 3×3 के तत्समक आव्यूह (identity matrix) को I से दर्शाया जाता है | यदि $M^{-1} = \text{adj}\,(\text{adj}\,M)$ है, तब निम्न में से कौन सा (से) कथन **सदैव सही** है (हैं)?

(A) $M = I$ (B) $\det M = 1$ (C) $M^2 = I$ (D) $(\text{adj}\,M)^2 = I$

Q.9 माना कि S उन सभी सम्मिश्र संख्याओं (complex numbers) z का समुच्चय (set) है जो $|z^2 + z + 1| = 1$ को संतुष्ट करती हैं | तब निम्न में से कौन सा (से) कथन **सही** है (हैं)?

(A) सभी $z \in S$ के लिये, $\left|z + \frac{1}{2}\right| \leq \frac{1}{2}$ है

(B) सभी $z \in S$ के लिये, $|z| \leq 2$ है

(C) सभी $z \in S$ के लिये, $\left|z + \frac{1}{2}\right| \geq \frac{1}{2}$ है

(D) समुच्चय S मे केवल और केवल चार अवयव (exactly four elements) हैं

Q.10 माना कि x, y और z धनात्मक वास्तविक संख्याएँ (positive real numbers) हैं | मान लीजिये कि एक त्रिभुज (triangle) के कोण (angles) X, Y एवं Z की सम्मुख भुजाओं (opposite sides) की लम्बाईयाँ क्रमशः x, y एवं z हैं | यदि

$$\tan\frac{X}{2} + \tan\frac{Z}{2} = \frac{2y}{x+y+z}$$

है, तब निम्न में से कौन सा (से) कथन **सही** है (हैं)?

(A) $2Y = X + Z$ (B) $Y = X + Z$

(C) $\tan\frac{X}{2} = \frac{x}{y+z}$ (D) $x^2 + z^2 - y^2 = xz$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.11 माना कि L_1 एवं L_2 निम्न सरल रेखाएँ (straight lines) हैं |

$$L_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{3} \quad \text{एवं} \quad L_2: \frac{x-1}{-3}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{1}.$$

मान लीजिए कि सरल रेखा

$$L: \frac{x-\alpha}{l}=\frac{y-1}{m}=\frac{z-\gamma}{-2}$$

L_1 एवं L_2 के समतल (plane) में स्थित है, और L_1 एवं L_2 के प्रतिच्छेद बिन्दु (point of intersection) से जाती है | यदि रेखा L, रेखाओं L_1 एवं L_2 के बीच के न्यूनकोण (acute angle) को समद्विभाजित (bisect) करती है, तब निम्न में से कौन सा (से) कथन **सही** है (हैं)?

(A) $\alpha-\gamma=3$ (B) $l+m=2$ (C) $\alpha-\gamma=1$ (D) $l+m=0$

Q.12 निम्न असमिकाओं (inequalities) में से कौन सी **सही** है (हैं)?

(A) $\int_0^1 x\cos x\ dx \geq \frac{3}{8}$ (B) $\int_0^1 x\sin x\ dx \geq \frac{3}{10}$

(C) $\int_0^1 x^2\cos x\ dx \geq \frac{1}{2}$ (D) $\int_0^1 x^2\sin x\ dx \geq \frac{2}{9}$

खंड 3 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **छः (06)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (Numerical value)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें | यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को/का दशमलव के **दो** स्थानों तक **समेटें/शून्यांत करें (truncate/round-off)** |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ़ सही संख्यात्मक मान (Numerical value) ही दर्ज़ किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.13 माना कि $\log_3(3^{y_1}+3^{y_2}+3^{y_3})$ का न्यूनतम संभावित मान (minimum possible value) m है, जहाँ $y_1,\ y_2,\ y_3$ वास्तविक संख्याएँ (real numbers) हैं जिनके लिये $y_1+y_2+y_3=9$ है | माना कि $(\log_3 x_1+\log_3 x_2+\log_3 x_3)$ का अधिकतम संभावित मान (maximum possible value) M है, जहाँ $x_1,\ x_2,\ x_3$ धनात्मक वास्तविक संख्याएँ (positive real numbers) हैं जिनके लिये $x_1+x_2+x_3=9$ है | तब $\log_2(m^3)+\log_3(M^2)$ का मान है _____

Q.14 माना कि धनात्मक पूर्णांकों का एक अनुक्रम (sequence of positive integers) $a_1, a_2, a_3, \ldots$ समांतर श्रेढ़ी (arithmetic progression) में है जिसका सार्व अंतर (common difference) 2 है | तथा, माना कि धनात्मक पूर्णांकों का एक अनुक्रम $b_1, b_2, b_3, \ldots$ गुणोत्तर श्रेढ़ी (geometric progression) में है जिसका सार्व अनुपात (common ratio) 2 है | यदि $a_1=b_1=c$ है, तब c के सभी संभावित मानों कि संख्या, जिनके लिये समीका (equality)

$$2(a_1+\ a_2+\cdots+a_n)=b_1+\ b_2+\cdots+b_n$$

किसी धनात्मक पूर्णांक n के लिये सही हो, है _____

Q.15 माना कि फलन (function) $f:[0,2]\longrightarrow\mathbb{R}$ को

$$f(x)=(\,3-\sin(2\pi x))\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(3\pi x+\frac{\pi}{4}\right)$$

द्वारा परिभाषित किया जाता है | यदि $\alpha,\beta\in[0,2]$ इस प्रकार से हैं कि $\{x\in[0,2]:\ f(x)\geq 0\}=[\alpha,\beta]$, तब $\beta-\alpha$ का मान है _____

Q.16 एक त्रिभुज (triangle) PQR में माना कि $\vec{a}=\overrightarrow{QR},\ \vec{b}=\overrightarrow{RP}$ एवं $\vec{c}=\overrightarrow{PQ}$ हैं | यदि

$$|\vec{a}|=3,\qquad |\vec{b}|=4\quad \text{एवं}\quad \frac{\vec{a}\cdot(\vec{c}-\vec{b})}{\vec{c}\cdot(\vec{a}-\vec{b})}=\frac{|\vec{a}|}{|\vec{a}|+|\vec{b}|}$$

हैं, तब $|\vec{a}\times\vec{b}|^2$ का मान है _____

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Q.17 वास्तविक गुणांकों (real coefficients) के बहुपद (polynomial) $g(x)$ के लिये, माना कि $g(x)$ की भिन्न वास्तविक मूलों की संख्या (number of distinct real roots) को m_g से दर्शाते हैं | मान लीजिये कि S वास्तविक गुणांकों के बहुपदों का समुच्चय (set) है जो कि

$$S = \{(x^2-1)^2(a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3) : a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}\}$$

द्वारा परिभाषित है | माना कि बहुपद f के प्रथम एवं द्वितीय कोटि के अवकलजों (first and second order derivatives) को क्रमशः f' एवं f'' से दर्शाते हैं | तब $(m_{f'} + m_{f''})$, जहाँ $f \in S$, का न्यूनतम संभावित मान (minimum possible value) है _____

Q.18 माना कि e प्राकृतिक लघुगुणक के आधार (base of natural logarithm) को दर्शाता है | वास्तविक संख्या a का वो मान जिसके लिये दायें पक्ष की सीमा (right hand limit)

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{(1-x)^{\frac{1}{x}} - e^{-1}}{x^a}$$

एक शून्येतर वास्तविक संख्या (nonzero real number) के बराबर है, है _____

END OF THE QUESTION PAPER

collegedunia
India's largest Student Review Platform